

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«ВЕРХНЕВОЛЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРОБИОТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «Верхневолжский ГАУ»)**

ИНЖЕНЕРНО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

УТВЕРЖДЕНА
протоколом заседания
методической комиссии
факультета
№ 04 от «19»мая 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

«Математика»

Направление подготовки / специальность	35.03.06 Агроинженерия
Направленность(и) (профиль(и))	Технические системы в агробизнесе, Технический сервис в АПК, Экономика и менеджмент в агроинженерии
Уровень образовательной программы	Бакалавриат
Форма(ы) обучения	Очная, очно-заочная, заочная
Трудоемкость дисциплины, ЗЕТ	7
Трудоемкость дисциплины, час.	252

Разработчик:

Доцент

П.Б. Татиевский
(подпись)

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий кафедрой
технического сервиса и механики

В.В. Терентьев
(подпись)

Иваново 2023

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Целью математического образования является:

1. Воспитание достаточно высокой математической культуры, развитие мышления;
2. Овладение основными методами исследования и решения математических задач;
3. Привитие навыков использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности;
4. Выработка умения самостоятельно расширять математические знания и проводить математический анализ прикладных задач.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

В соответствии с учебным
планом дисциплина
относится к*

обязательной части

Статус дисциплины**

базовая

Обеспечивающие
(предшествующие)
дисциплины

Школьный курс математики

Обеспечиваемые
(последующие)
дисциплины

Физика. Методы научных исследований, Механизация
животноводства, Основы проектирования
животноводческих объектов

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ) (ХАРАКТЕРИСТИКА ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ)

Шифр и наименование компетенции	Индикатор(ы) достижения компетенции / планируемые результаты обучения	Номер(а) раздела(ов) дисциплины, отвечающего(их) за формирование данного(ых) индикатора(ов) достижения компетенции
ОПК-1 Способен решать типовые задачи профессиональной деятельности на основе знаний основных законов математических и естественных наук с применением информационно-коммуникационных технологий	ИД-1 _{ОПК-1} . Демонстрирует знание основных законов математических, естественнонаучных и общепрофессиональных дисциплин, необходимых для решения типовых задач в области агроинженерии. ИД-2 _{ОПК-1} . Использует знания основных законов математических и естественных наук для решения стандартных задач в агроинженерии. ИД-3 _{ОПК-1} Применяет информационно-коммуникационные технологии в решении типовых задач в агроинженерии.	Все

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

4.1. Содержание дисциплины (модуля)

4.1.1. Очная форма:

№ п/п	Темы занятий	Виды учебных занятий и трудоемкость, час.				Контроль знаний*	Применяемые активные и интерактивные технологии обучения
		лекции	практические (семинарские)	лабораторные	самостоятельная работа		
1	2	3	4	5	6	7	8
1. Элементы линейной алгебры.							
1.1.	Матрицы. Определители. Минор. Алгебраические дополнения. Обратная матрица.	2	4	-	-		
1.2.	Системы линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений.	2	4	-	-	К, КР, Э	Проблемная лекция. Проблемный семинар.
2. Элементы векторной алгебры.							
2.1.	Векторы. Действия над векторами. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.	2	4	-	-	К, КР, Э	Проблемная лекция. Проблемный семинар.
3. Аналитическая геометрия.							
3.1.	Система координат. Длина отрезка. Деление отрезка в заданном соотношении. Прямая на плоскости. Линии второго порядка.	2	4	-	-	К, КР, Э	Проблемная лекция. Проблемный семинар.
3.2.	Функция. Предел функции. Непрерывность функции.	2	4	-	-	К, КР, Э	
3.3.	Числовые множества. Функция. Область определения и область значений. Понятие множества. Способы задания функции.	2	4	-	-	К, КР, Э	Проблемная лекция. Проблемный семинар.
3.4.	Исследование функции. Предел функции. Непрерывность.	2	4	-	-	К, КР, Э	Проблемная лекция. Проблемный семинар.
3.5.	Пределы. Понятие пределов. Вычисление пределов. Пределы с неопределенностью.	2	4	-	-	К, КР, Э	
3.6.	Замечательные пределы. Определение предела функции в точке по Коши. Вычисление пределов.	2	4	-	-	К, КР, Э	Проблемная лекция. Проблемный семинар.
Всего за 1 семестр		18	36	-	36	54	

1	2	3	4	5	6	7	8
4. Математический анализ.							
4.1.	Понятие производной. Как найти производную функции. Исследование функции с помощью производной. Таблица производных.	2	4	-	2		
4.2	Геометрический смысл производной. Понятие дифференциала. Геометрический смысл дифференциала. Практический смысл дифференциала.	2	4	-	2		Проблемная лекция. Проблемный семинар.
4.3	Неопределенный интеграл. Методы интегрирования. Метод замены переменной.	2	4	-	2		Проблемная лекция. Проблемный семинар.
4.4	Определенный интеграл и его свойства. Интегрирование по частям. Метод замены переменной.	2	4	-	2		
4.5	Вычисление площади фигуры. Вычисление длины дуги кривой.	2	4	-	2		Проблемная лекция. Проблемный семинар.
5. Комплексные числа.							
5.1.	Понятие комплексного числа. Показательная, тригонометрическая форма комплексного числа	2	4	-	2		Проблемная лекция. Проблемный семинар.
6. Математическая статистика.							
6.1.	Основные понятия теории вероятностей. Формула полной вероятности. Геометрические вероятности.	2	4	-	2		
6.2	Элементы комбинаторики. Схема Бернулли. Примеры решения задач.	2	4	-	2		
6.3	Основные законы распределения дискретных случайных величины. Непрерывная случайная величина (НСВ). Математическое ожидание и дисперсия НСВ.	2	4	-	2	За	Проблемная лекция. Проблемный семинар.
Всего за 2 семестр		18	36	-	54	-	
Всего часов:		36	72	-	90	54	

* Указывается форма контроля. Например: КР – контрольная работа, К – коллоквиум, За – зачет, ЗО – зачет с оценкой. * Э – экзамен, За – зачет, ЗО – зачет с оценкой, КР – контрольная работа.

4.1.2. Очно-заочная форма:

№ п/п	Темы занятий	Виды учебных занятий и трудоемкость, час.	Г	Ль	ЗН	Применяемые активные и интерактивные технологии
-------	--------------	---	---	----	----	---

		лекции	практические (семинарские)	лабораторные	самостоятельная работа		обучения
1. Элементы линейной алгебры.							
1.1.	Матрицы. Определители	2	4	-	10	ИДЗ К КР Эк	
1.2.	Невырожденные матрицы. Системы линейных уравнений.	2	4	-	8	ИДЗ К КР Эк	Проблемная лекция. Проблемный семинар.
1.3.	Системы линейных однородных уравнений.	2	2	-	8	ИДЗ К КР Эк	
2. Элементы векторной алгебры.							
2.1.	Векторы. Скалярное, векторное и смешанное произведение.	2	4	-	8	ИДЗ К КР Эк	
3. Аналитическая геометрия.							
3.1.	Система координат на плоскости.	2	2	-	6	ИДЗ К КР Эк	
3.2.	Прямая на плоскости.	2	4	-	6	ИДЗ К КР Эк	
3.3.	Линии второго порядка.	2	2	-	6	ИДЗ К КР Эк	
3.4.	Поверхность и ее уравнение. Уравнение прямой в пространстве.	2	2	-	6	ИДЗ К КР Эк	
3.5.	Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Поверхности	2	2	-	6	ИДЗ СР КР Эк	
	Всего за первый семестр	18	26		64	36	
4. Введение в математический анализ.							
4.1.	Множества. Функция. Предел функции. Непрерывность.	2	2	-	8	К КР Эк	
5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.							
5.1.	Производная функции. Дифференциал функции. Правило Лопиталя. Применение производной к исследованию	2	2	-	8	К КР За	Проблемная лекция. Проблемный семинар.

	функции.						
6. Интегральное исчисление.							
6.1.	Неопределенный интеграл.	2	2	-	8	КР За	
6.2.	Определенный интеграл.	2	2	-	8	КР За	
7. Комплексные числа.							
7.1.	Понятие комплексных чисел. Действия над комплексными числами.	2	2	-	6	КР За	
8. Дифференциальные уравнения.							
8.1.	Общие сведения о дифференциальных уравнениях. Дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные уравнения.	2	2	-	8	К КР За	
8.2.	Дифференциальные уравнения второго порядка.	2	2	-	8	КР За	
9. Теория вероятностей и математическая статистика							
9.1	Теория вероятностей	2	2		6	К КР За	
9.2	Математическая статистика	2	4		10	К КР За	
Всего за второй семестр		18	20		70	-	
Всего часов:		36	46		116	54	

* Указывается форма контроля. ВПР – выполнение практического задания, К – коллоквиум, Эк – экзамен, За – зачет.

4.1.3. Заочная форма:

№ п/п	Темы занятий	Виды учебных занятий и трудоемкость, час.				Контроль знаний*	Применяемые активные и интерактивные технологии обучения
		лекции	практические (семинарские)	лабораторные	самостоятельная работа		
1	2	3	4	5	6	7	8
1. Элементы линейной алгебры.							
1.1.	Матрицы. Определители	1	1	-	10	КР, Эк	
1.2.	Невырожденные матрицы. Системы линейных уравнений.	1	1	-	10	КР, Эк	
1.3.	Системы линейных однородных уравнений.	1	1	-	10	КР, Эк	
2. Элементы векторной алгебры.							
2.1.	Векторы. Скалярное, векторное и смешанное произведение.	1	1	-	10	КР, Эк	

1	2	3	4	5	6	7	8
3. Аналитическая геометрия.							
3.1.	Система координат на плоскости.	1	1	-	10	КР,Эк	
3.2.	Прямая на плоскости.	1	1	-	10	КР,Эк	
3.3.	Линии второго порядка.	-	-	-	11	КР,Эк	
3.4.	Поверхность и ее уравнение. Уравнение прямой в пространстве.	-	-	-	12	КР,Эк	
3.5.	Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Поверхности	-	-	-	12	КР,Эк	
4. Введение в математический анализ.							
4.1.	Множества. Функция. Предел функции. Непрерывность.	-	1	-	12	КР,Эк	
5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.							
5.1.	Производная функции. Дифференциал функции. Правило Лопиталя.	1	2	-	12	КР,Эк	
5.2.	Применение производной к исследованию функции.	-	1	-	12	КР,Эк	
6. Интегральное исчисление.							
6.1.	Неопределенный интеграл.	1	1	-	12	КР,Эк	
6.2.	Определенный интеграл.	-	1	-	12	КР,Эк	
7. Комплексные числа.							
7.1.	Понятие комплексных чисел. Действия над комплексными числами.	1	1	-	12	КР,Эк	
8. Дифференциальные уравнения.							
8.1.	Общие сведения о дифференциальных уравнениях. Дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные уравнения.	1	1	-	12	КР,Эк	
8.2.	Дифференциальные уравнения второго порядка.	1	1	-	12	КР,Эк	
9. Теория вероятностей и математическая статистика							
9.1	Теория вероятностей	1	1		12	КР,Эк	
9.2	Математическая статистика	-	-		12	КР,Эк	
Всего часов:		12	16		215	9	

* Указывается форма контроля. КР – контрольная работа, ВЛР – выполнение лабораторной работы, Э – экзамен.

4.2. Распределение часов дисциплины (модуля) по видам работы и форма контроля*

4.2.1. Очная форма:

Вид занятий	1 курс		2 курс		3 курс		4 курс	
	1	2	3	4	5	6	7	8
Лекции	18	18						
Лабораторные	-	-						
Практические	36	36						
Итого контактной работы	54	54						
Самостоятельная работа	36	54						
Контроль	54	-						
Форма контроля	Эк	За						

4.2.2. Очно-заочная форма:

Вид занятий	1 курс		2 курс		3 курс		4 курс	
	1 сем.	2 сем.	3 сем.	4 сем.	5 сем.	6 сем.	7 сем.	8 сем.
Лекции	18	18						
Лабораторные	-	-						
Практические	26	20						
Итого контактной работы	44	38						
Самостоятельная работа	46	70						
Контроль	54	-						
Форма контроля	Эк	За						

4.2.3. Заочная форма:

Вид занятий	1 курс	2 курс	3 курс	4 курс
Лекции	14			
Лабораторные				
Практические	16			
Итого контактной работы	28			
Самостоятельная работа	215			
Контроль	9			
Форма контроля	Эк, К			

5. ОРГАНИЗАЦИЯ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1. Содержание самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

- Подготовка к практическим занятиям (изучение теоретического материала по контрольным вопросам, получаемым на каждом практическом занятии, по материалам основной и дополнительной литературы, а так же материалов лекций)
- Темы индивидуальных заданий (индивидуальные домашние задания):
 - 1) Матрицы и операции над ними. Определители.
 - 2) Системы линейных уравнений.
 - 3) Однородные системы уравнений.
 - 4) Векторы и операции над ними. Произведения векторов (скалярное, векторное, смешанное). Геометрическое приложение векторов.
 - 5) Линии на плоскости.
 - 6) Предел функции.
 - 7) Производная.
 - 8) Применение производной к исследованию графика функции.
 - 9) Неопределенный интеграл.
 - 10) Определенный интеграл.
 - 11) Комплексные числа.
 - 12) Математическая статистика.
- Темы, выносимые на самостоятельную проработку:
 - Линии второго порядка.

- Комплексные числа.

Для проработки тем выносимых на самостоятельное изучение необходимо использовать основную и дополнительную литературу (см. п. 6.1. – 6.6.)

– **Темы курсовых проектов/работ:**

- Курсовые работы не предусмотрены

– **Другое (рефераты):**

- Выполнение реферата не предусмотрено

5.2. Контроль самостоятельной работы

Оценка результатов самостоятельной работы организуется следующим образом:

- проведение письменных опросов на практическом занятии,
- проверка индивидуальных домашних заданий,
- работа на практическом занятии,
- коллоквиумы,
- контрольные работы,

5.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

При выполнении самостоятельной работы рекомендуется использовать основную и дополнительную литературу, методические указания, указанные в п. 6.1. – 6.6.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

6.1. Основная учебная литература, необходимая для освоения дисциплины

- 1) Бугров Я.С. Высшая математика. В 3-х т. Т.1: учебник для студ. вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский; под ред. В.А. Садовниченко. - 9-е изд., стер. - М.: Дрофа, 2008. - 284с.
- 2) Бугров Я.М. Высшая математика. В 3-х т. Т.2: учебник для студ. вузов / Я. М. Бугров, С. М. Никольский ; под ред. В.А. Садовниченко. - 8-е.изд., стер. - М.: Дрофа, 2007. - 510с.
- 3) Зайцев И.А. Высшая математика: учебник для студ. вузов / И. А. Зайцев. - 4-е изд.,стер. - М.: Дрофа, 2005. - 398с.

6.2. Дополнительная учебная литература, необходимая для освоения дисциплины (модуля)

- 1) Шипачев В.С. Высшая математика: учебник для вузов / В. С. Шипачев. - 5-е изд., стер. - М.: Высш. шк., 2002. - 479с.

6.3. Ресурсы сети «Интернет», необходимые для освоения дисциплины (модуля)

- 1) <http://ru.onlinschool.com/math/assistance/matrix/> - матричный онлайн калькулятор, применяемый для проверки вычислений.
- 2) <http://ru.onlinschool.com/math/assistance/integrate/> - онлайн калькулятор для вычисления неопределенный и определенных интегралов, применяемый для проверки полученных решений.
- 3) http://ru.onlinschool.com/math/assistance/limit_derivative/ - онлайн калькулятор для вычисления производных и пределов, применяемый для проверки выполняемых заданий.
- 4) http://ru.onlinschool.com/math/assistance/complex_number/ - онлайн калькулятор для решения задач с комплексными числами.

6.4. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

- 1) «Линейная алгебра». Учебно-методическое пособие. Кашникова М.Л., Татиевский П.Б. Иваново: ФГБОУ ВО Ивановская ГСХА, 2020. - 68 с.
- 2) «Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии»: Учебно-методическое пособие.Татиевский П.Б., Закинчак А.И. Иваново: ФГБОУ ВО Ивановская ГСХА, 2021. - 116 с.
- 3) Безумова,М.А. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике : учеб. метод. пособие для студ. всех спец. / М. А. Безумова, Соколов Н А.,Боброва Н.В. - Иваново : ИГСХА, 2017. - 54с.

6.5. Информационные справочные системы, используемые для освоения дисциплины (при необходимости)

- 1) Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU: <https://elibrary.ru/defaultx.asp>

6.6. Программное обеспечение, используемое для освоения дисциплины (модуля) (при необходимости)

- 1) Операционная система типа Windows
- 2) Интернет-браузеры
- 3) Интегрированный пакет прикладных программ общего назначения Microsoft Office.

6.7. Информационные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю)

- 1) [LMS Moodle](#).
- 2) Использование ресурса <http://i-exam.ru> для подготовки к компьютерному тестированию.

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

№ п/п	Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий и пр.	Краткий перечень основного оборудования
1.	Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Укомплектована специализированной (учебной) мебелью, набором демонстрационного оборудования и учебно-наглядными пособиями, обеспечивающими тематические иллюстрации, соответствующие рабочей программе дисциплины, а также техническими средствами обучения (переносным мультимедийным проектором, портативным компьютером типа «Ноутбук», переносным раздвижным экраном), служащими для представления учебной информации большой аудитории
2.	Учебная аудитории для проведения занятий семинарского типа	Укомплектована специализированной (учебной) мебелью, переносными техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации
3.	Помещение для самостоятельной работы	Укомплектовано специализированной (учебной) мебелью, оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к

		сети "Интернет" и обеспечено доступом в электронную информационно-образовательную среду организации
4.	Учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации	Укомплектована специализированной (учебной) мебелью, переносными техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации

Приложение № 1

к рабочей программе по дисциплине (модулю): Математика

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

«Математика»

1. Перечень компетенций, формируемых на данном этапе

1.1. Очная форма:

Шифр и наименование компетенции	Индикатор(ы) достижения компетенции / планируемые результаты обучения	Номер(а) раздела(ов) дисциплины, отвечающего(их) за формирование данного(ых) индикатора(ов) достижения компетенции
<p style="text-align: center;">ОПК-1</p> <p>Способен решать типовые задачи профессиональной деятельности на основе знаний основных законов математических и естественных наук с применением информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>ИД-1_{ОПК-1}. Демонстрирует знание основных законов математических, естественнонаучных и общепрофессиональных дисциплин, необходимых для решения типовых задач в области агроинженерии.</p> <p>ИД-2_{ОПК-1}. Использует знания основных законов математических и естественных наук для решения стандартных задач в агроинженерии.</p> <p>ИД-3_{ОПК-1}. Применяет информационно-коммуникационные технологии в решении типовых задач в агроинженерии.</p>	<p>Все</p>

* Указывается форма контроля. ВПЗ – выполнение практического задания, К – коллоквиум, Эк – экзамен, За – зачет. Оценочные средства указываются в соответствии с Положением ПВД-06 «О фонде оценочных средств» (Приложение № 1).

1.2. Очно-заочная форма:

Шифр и наименование компетенции	Индикатор(ы) достижения компетенции / планируемые результаты обучения	Номер(а) раздела(ов) дисциплины, отвечающего(их) за формирование данного(ых) индикатора(ов) достижения компетенции

<p>ОПК-1 Способен решать типовые задачи профессиональной деятельности на основе знаний основных законов математических и естественных наук с применением информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>ИД-1_{ОПК-1}. Демонстрирует знание основных законов математических, естественнонаучных и общепрофессиональных дисциплин, необходимых для решения типовых задач в области агроинженерии. ИД-2_{ОПК-1}. Использует знания основных законов математических и естественных наук для решения стандартных задач в агроинженерии. ИД-3_{ОПК-1} Применяет информационно-коммуникационные технологии в решении типовых задач в агроинженерии.</p>	<p>Все</p>
--	---	------------

* Указывается форма контроля. КР – контрольная работа, Эк – экзамен. Оценочные средства указываются в соответствии с Положением ПВД-06 «О фонде оценочных средств» (Приложение № 1).

1.3. Заочная форма:

Шифр и наименование компетенции	Индикатор(ы) достижения компетенции / планируемые результаты обучения	Номер(а) раздела(ов) дисциплины, отвечающего(их) за формирование данного(ых) индикатора(ов) достижения компетенции
<p>ОПК-1 Способен решать типовые задачи профессиональной деятельности на основе знаний основных законов математических и естественных наук с применением информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>ИД-1_{ОПК-1}. Демонстрирует знание основных законов математических, естественнонаучных и общепрофессиональных дисциплин, необходимых для решения типовых задач в области агроинженерии. ИД-2_{ОПК-1}. Использует знания основных законов математических и естественных наук для решения стандартных задач в агроинженерии. ИД-3_{ОПК-1} Применяет информационно-коммуникационные технологии в решении типовых задач в агроинженерии.</p>	<p>Все</p>

* Указывается форма контроля. КР – контрольная работа, Эк – экзамен. Оценочные средства указываются в соответствии с Положением ПВД-06 «О фонде оценочных средств» (Приложение № 1).

2. Показатели и критерии оценивания сформированности компетенций на данном этапе их формирования

Показатели	Критерии оценивания*			
	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	отлично
	не зачтено	зачтено		
1	2	3		
Полнота знаний	Уровень знаний ниже минимальных требований, имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний, допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
Наличие умений	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения, имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения, решены типовые задачи с негрубыми ошибками, выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с негрубыми ошибками, выполнены все задания в полном объеме, но некоторые недочетами	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами, выполнены все задания в полном объеме
Наличие навыков (владение опытом)	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки, имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов
Характеристики сформированности компетенций	Компетенция в полной мере не сформирована. Имеющихся знаний, умений, навыков недостаточно для решения практических (профессиональных) задач	Сформированность компетенции соответствует минимальным требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач, но требуется дополнительная практика по большинству практических задач	Сформированность компетенции в целом соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в целом достаточно для решения стандартных практических (профессиональных) задач	Сформированность компетенции полностью соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в полной мере достаточно для решения сложных практических (профессиональных) задач
Уровень сформированности компетенций	Низкий	Ниже среднего	Средний	Высокий

* Преподаватель вправе изменить критерии оценивания в соответствии с ФГОС ВО и особенностями ОПОП.

3. Оценочные средства

3.1. Комплект заданий для домашнего практикума.

3.1.1. Образцы заданий для домашнего практикума.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №1. «Матрицы и операции над ними» Вариант №1.

Задание №1.

Даны матрицы A и B . Найдите матрицу $C = B - 2A^T$, если:

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 5 & 1 \\ 2 & -3 & 8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -7 & 4 \\ 10 & -5 \\ 3 & 16 \end{pmatrix}.$$

Задание №2

Найдите произведение матриц:

А) $C = A \cdot B - ?$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 8 & -7 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}.$$

Б) $F = M \cdot N - ?$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix},$$

$$N = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \\ 5 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

В) $G = R \cdot Y - ?$

$$R = \begin{pmatrix} 10 & 20 \\ 0 & 30 \end{pmatrix},$$

$$Y = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 6 \\ -10 & 0 & 7 \\ -5 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание №3

Вычислите определители данных матриц. Для определителя матрицы B вычислите минор M_{11} и алгебраическое дополнение A_{11} .

А) $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$

Б) $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 3 & 6 & -2 \\ 10 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

Задание №4

Найти обратную матрицу для матрицы A , если:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 3 & 6 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №2. «Системы линейных алгебраических уравнений» Вариант №1.

Задание №1.

Найти решение систем уравнений.

А)
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$$

Б)
$$\begin{cases} 3x + 2y - 4z = 8, \\ 2x + 4y - 5z = 11, \\ x - 2y + z = 1. \end{cases}$$

В)
$$\begin{cases} -x_2 - x_3 = -2, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 2, \\ -5x_1 - 2x_2 - 7x_3 = -4. \end{cases}$$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №3.
«Однородные системы линейных уравнений»
 Вариант №1.

Задание №1.

Найти решение систем уравнений.

$$A) \begin{cases} 5x - 3y + 4z = 0, \\ 3x + 2y - z = 0, \\ 8x - y + 3z = 0. \end{cases}$$

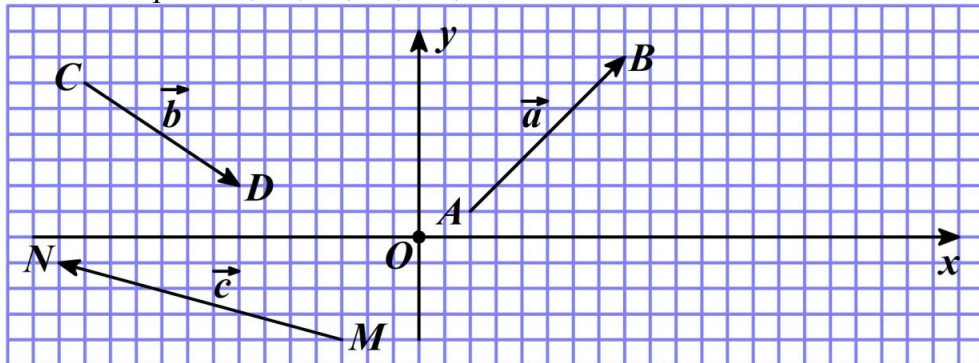
$$B) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 4x_1 - 11x_2 + 10x_3 = 0. \end{cases}$$

$$B) \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №4.
«Основы векторной алгебры»
 Вариант №1.

Задание №1.

На рисунке в координатной плоскости изображены векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} , а так же отмечены крайние точки векторов: A , B , C , D , M , N .



- а) С помощью правила параллелограмма найдите вектор $\vec{f} = \vec{a} + \vec{b}$. Выполните построения.
- б) С помощью правила треугольника найдите вектор $\vec{s} = \vec{c} + \vec{b}$. Выполните построения.
- в) С помощью правила треугольника найдите вектор $\vec{h} = \frac{1}{2}\vec{a} - \vec{c} + 2\vec{b}$. Выполните построения.
- г) Определите координаты точек A , B , C , D , M , N .
- д) По координатам крайних точек, найдите координаты векторов \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} . Также запишите разложение вектора по ортам системы координат $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
- е) Определите модули векторов \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} .

Задание №2.

По заданным координатам точек A и B , найдите координаты и модуль вектора \vec{AB} , если: $A(1;1;3)$, $B(2;2;3)$.

Задание №3.

Даны два вектора $\vec{a} = (-2; 1; 1)$ и $\vec{b} = (3; -2; 4)$. Вычислите координаты векторов $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$ и $\vec{d} = -\vec{a} + 3\vec{b}$, а также запишите разложение этих векторов по ортам системы координат (\vec{i} , \vec{j} , \vec{k}). Вычислите скалярное и векторное произведение векторов \vec{c} и \vec{d} . Чему равен угол между векторами \vec{c} и \vec{d} .

Задание №4.

Даны вершины треугольника ABC . Вычислите площадь треугольника S_{ABC} и определите угол при вершине B , если: $A(-1; 3; 3)$, $B(2; 2; 1)$, $C(0; 3; -2)$.

Задание №5

На трех векторах $\vec{a} = (-2; 1; 1)$, $\vec{b} = (0; -1; -1)$ и $\vec{c} = (2; -1; -1)$ построена пирамида. Вычислите объем пирамиды.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №5.

«Аналитическая геометрия на плоскости»

Вариант №1.

Задание №1.

На плоскости задана прямая L с помощью уравнения $3x - 2y + 12 = 0$ и точка с координатами $M(-2; 1)$.

а) Составьте уравнение прямой, проходящей через точку M , параллельно к прямой L . Решение поясните схематичным рисунком.

б) Составьте уравнение прямой, проходящей через точку M , перпендикулярно к прямой L . Решение поясните схематичным рисунком.

Задание №2.

На плоскости с помощью соответствующих уравнений заданы две прямые $L_1 : 2x - y - 1 = 0$, $L_2 : x + 3y - 4 = 0$. Составьте уравнение прямой проходящей через точку пересечения этих прямых и точку с координатами $D(1; -2)$.

Задание №3.

В треугольнике ABC известны координаты вершин: $A(-3; 3)$, $B(5; 1)$, $C(6; -2)$.

а) Составьте уравнение стороны BC .

б) Уравнение высоты опущенной из вершины A , на сторону BC .

в) Уравнение медианы, проведенной из вершины C .

г) Чему равен угол при вершине треугольника A ?

Задание №4.

Исследуйте и постройте уравнение линии второго порядка: $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{81} = 1$.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №6.

«Функция»

Вариант №1.

Задание №1.

Найдите значения функции $y = 4^{\left(\frac{2x+3}{x}\right)}$ в точках:

а) $x = 1,5$

б) $x = 2$

в) $x = 2x_0$

Задание №2.

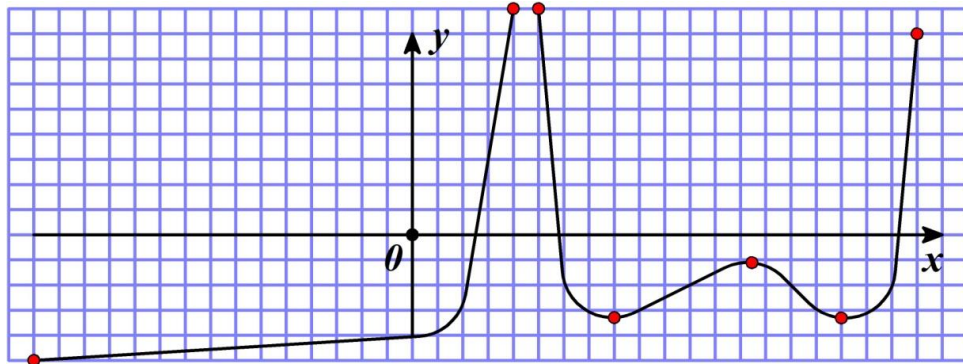
Исследуйте функцию на четность.

а) $y = \frac{17 - x^2}{4x - 5}$

б) $y = \frac{x^3}{\sqrt{x^4 + 1}}$

Задание №3.

На интервале $x \in (-16; 22)$ задана функция, эскиз которой изображен на рисунке. Определите интервалы возрастания и убывания функции.



Задание №4.

Вычислите пределы.

1) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^2 - 16x + 3}{x^2 - 4x + 3}$

2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}$

3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 11x + 15}{5x - 12 + x^2}$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - x^2 + x + 1}{x - 2x^4 - 5}$

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 5x - 10}{3x^4 - 2015}$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x + 210}{x^2 - 4x + 3}$

Задание №5.

Найдите область определения функции: $f(x) = \frac{2015x + 2016}{x^2 - x - 12}$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №7.

«Производная функции»

Вариант №1.

Задание №1.

Вычислите производную функций:

1) $y = 4\arctg x - 5x^3 - 13$

3) $y = (x^2 + 4x) \cdot \ln x$

2) $y = 2x^5 - \frac{4}{x^3} + \frac{1}{x} + 3\sqrt{x^3}$

4) $y = \frac{\arctg x}{1 + 5x^2}$

Задание №2.

Вычислите производную и дифференциал функции.

1) $y = 3x^4 + 2x - 5 + \frac{5x}{x^5 - 2}$

2) $y = \sin x \cdot 5e^x + x^3 + 3x - 2$

3) $y = \frac{(2x + 3) \cdot \sin x}{\ln x}$

Задание №3.

Найдите производную данных функций.

1) $f(x) = (2x + 3 - \sin x)^4$

2) $f(x) = e^{\sin 3x}$

3) $f(x) = (x^5 + 2) \cdot e^{x^2 - 3x}$

4) $f(x) = \frac{\arctg(2x)}{(1 + 4x^2)}$

Задание №4*.

Найдите производные сложных функций.

1) $f(x) = \frac{3x - 4}{\sqrt[3]{x^3 + 3x - 2}}$

2) $f(x) = (3^{\sin 2x} - \cos^2 2x)^3$

3) $f(x) = \ln(\arcsin \sqrt{1 - x^2})$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №8.

«Применение производной к исследованию графика функции»

Вариант №1.

Задание №1

Исследуйте данную функцию методами дифференциального исчисления и начертите эскиз графика.

$y = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №9.

«Неопределённый интеграл»

Вариант №1.

Задание №1.

Найти неопределенный интеграл.

1) $\int (6 + 15 \cdot 4^x) dx$

2) $\int (3x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x}} + 5) dx$

3) $\int \frac{3 + \sqrt[3]{x^2} - 2x}{\sqrt{x}} dx$

Задание №2.

Найти неопределенный интеграл, преобразовав дифференциал.

1) $\int \sin(2 - 3x) dx$

2) $\int e^{2x-7} dx$

3) $\int \frac{dx}{3-x}$

4) $\int \sqrt{3+x} dx$

Задание №3.

Найти неопределенный интеграл с помощью замены переменной.

1) $\int \frac{e^x}{e^x + 5} dx$

2) $\int \frac{x-1}{16x^2+4} dx$

Задание №4.

Используя метод интегрирования по частям вычислите следующий интеграл:

$\int (5x + 3) \cos 3x dx$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №10.

«Определенный интеграл»

Вариант №1.

Задание №1.

Вычислить определенный интеграл.

1) $\int_0^2 (3x^2 - 1) dx$

2) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x \cdot \cos^2 x dx$

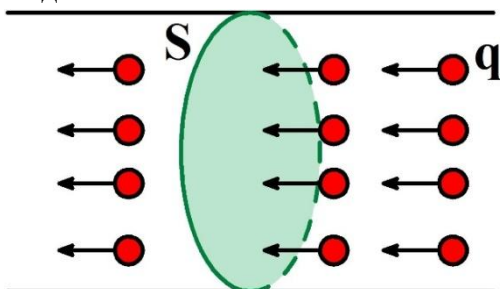
3) $\int_{-\frac{3\pi}{2}}^0 x \cos(\frac{x}{3}) dx$

Задание №2.

С помощью определенного интеграла вычислите площадь фигуры, ограниченной данными линиями. Сделайте чертеж.

$y = (x+1)^2$, $x - y + 1 = 0$

Задание №3.



По металлическому проводнику протекает электрический ток. Сила тока в проводнике меняется с течением времени по закону:

$I(t) = 8t + 5t^2 + 4\sqrt[5]{t^3}$ (A).

Определите заряд проходящий через поперечное сечение проводника за первые 5 секунд наблюдений. (Указание: для определения величины заряда проходящего через

поперечное сечение проводника используйте формулу определяющую проходящий через поперечное сечение проводника заряд в условиях постоянного тока: $q = I\Delta t$. Составьте интегральную сумму, определите вид определенного интеграла и вычислите его)

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №11.

«Понятие комплексного числа. Действия над комплексными числами»

Вариант №1.

Задание №1.

Решите уравнения.

а) $15x^2 - 15 = 0$

б) $\frac{x^2}{5} + 80 = 0$

в) $x^2 + 2x + 26 = 0$

Задание №2.

Даны комплексные числа: $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = -3 + i$, $z_3 = -5 + 3i$, $z_4 = -2i$. Найти:

$$z = \frac{(z_1 + z_2)z_3}{z_4}. \text{ Определите мнимую и действительную часть числа } z.$$

Задание №3.

Найдите аргумент и модуль комплексного числа: $z = 2 + 2i$. Запишите число в показательной и тригонометрической форме.

3.1.2. Методические материалы.

Индивидуальные домашние задания применяются для закрепления практических навыков, полученных на практическом занятии по решению учебно-практических задач. Индивидуальные домашние задания выполняются обучающимися в отдельной тетради. Выдаются задания на практических занятиях, тематика которых соответствует теме задания. Обучающиеся должны в течении семестра регулярно сдавать тетрадь с решенными заданиями преподавателю на проверку. К концу семестра каждый обучающийся должен иметь тетрадь с полностью или частично выполненными заданиями.

Каждая выполненная домашняя работа оценивается по пяти бальной системе. В зависимости от полноты выполненного задания обучающийся получает за каждую работу оценку 2, 3, 4, 5. В конце семестра подводится средняя оценка за все выполненные работы и переводится в рейтинговый балл. Если средняя оценка 3 то обучающийся получает 6 баллов, если средняя оценка 4, то обучающийся получает 8 баллов, если средняя оценка 5, то обучающийся получает 12 баллов.

Все индивидуальные домашние задания и выполненные работы хранятся на кафедре у преподавателя.

3.2. Комплект вопросов для проведения опроса.**3.2.1. Списки вопросов по различным темам.****«Матрицы и операции над ними»**

1. Что такое матрица?
2. Что такое единичная матрица? Запишите пример.
3. Какую матрицу называют транспонированной?
4. Что такое минор определителя?
5. Что такое алгебраическое дополнение?
6. Какую матрицу называют невырожденной?
7. Какую матрицу называют вырожденной?
8. Что такое союзная матрица?
9. Запишите формулу для составления обратной матрицы.

«Системы линейных алгебраических уравнений»

1. Что такое основная матрица системы?
2. Какую систему называют совместной?
3. Какую систему называют несовместной?
4. Какую систему называют определенной?
5. Какую систему называют неопределенной?
6. Запишите формулы Крамера, для нахождения решения системы.
7. В каком случае система имеет единственное решение?
8. В каком случае система имеет множество решений?
9. В каком случае система не имеет решения?

«Элементы векторной алгебры»

1. Что такое вектор?
2. Запишите разложение вектора по осям системы координат.
3. Модуль вектора. Запишите формулу.
4. Координаты вектора, заданного двумя точками.
5. Скалярное произведение векторов.
6. Векторное произведение векторов.
7. Смешанное произведение векторов.
8. Площадь параллелограмма, построенного на векторах. Запишите формулу.
9. Объем параллелепипеда, построенного на векторах. Запишите формулу.

«Элементы аналитической геометрии на плоскости»

1. Определение линии на плоскости.
2. Определение точки пересечения двух линий.
3. Формулы координат середины и длины отрезка.
4. Уравнение прямой на плоскости в различных формах записи.
5. Угловой коэффициент.
6. Угол между прямыми.
7. Каноническое уравнение окружности, эллипса, гиперболы, параболы.

«Функция»

1. Что такое функция?
2. Условие четности и нечетности функции.
3. Область определения функции.
4. Область значения функции.
5. Бесконечно большая функция.
6. Бесконечно малая функция.

«Производная функции»

1. Определение производной функции.
2. Правила дифференцирования.
3. Геометрический смысл производной.
4. Физический смысл производной.
5. Производная сложной функции.

«Применение производной к исследованию графика функции»

1. Интервалы монотонности графика функции.
2. Экстремумы.
3. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.
4. Интервалы выпуклости и вогнутости графика функции.
5. Точки перегиба.
6. Общая схема исследования графика функции.

«Неопределенный интеграл»

1. Определение определенного интеграла.
2. Формула Ньютона–Лейбница.
3. Свойства определенного интеграла.
4. Геометрический смысл определенного интеграла.
5. Вычисление площади фигур с помощью определенного интеграла.
6. Физический смысл определенного интеграла.

«Определенный интеграл»

1. Определение неопределенного интеграла.
2. Свойства неопределенного интеграла.
3. Метод непосредственного интегрирования.
4. Метод интегрирования заменой переменной.
5. Метод интегрирования по частям.
6. Интегрирование внесением постоянного множителя под знак дифференциала.

«Комплексные числа»

1. Общее определение комплексного числа.
2. Модуль и аргумент комплексного числа.
3. Тригонометрическая и показательная форма записи.

«Дифференциальные уравнения первого порядка»

1. Общие сведения и определение.
2. Общее и частное решение дифференциального уравнения.
3. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
4. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения.

«Дифференциальные уравнения второго порядка»

1. Общее определение.
2. Общее и частное решение.

3.2.2. Методические материалы.

Приведенные вопросы применяются для проработки теоретического материала при подготовке к практическому занятию. При помощи приведенных выше проводится письменный опрос обучающихся в аудитории на практическом занятии. Из приведенного перечня вопросов составляются билеты. Каждый обучающийся получает свой вариант. Ответы обучающиеся записывают на бланк ответов. На выполнение задания отводится не более 10 минут.

Каждая выполненная работа оценивается от 0 до 2-х баллов.

Списки вопросов хранятся на кафедре у преподавателя. Каждый обучающийся получает список вопросов по определенной теме обучающиеся получают вместе с индивидуальным домашним заданием соответствующей темы.

Пример билета с вопросами выдаваемыми студентам.

Матрицы и операции над ними.

Вариант №1

1. Что такое матрица?
2. Что такое единичная матрица? Запишите пример.
3. Какую матрицу называют транспонированной?

3.3. Комплект заданий к контрольным работам.

3.3.1. Темы и варианты заданий для проведения контрольных работ.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1 **«ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ»**

Вариант №1.

Задача №1. Найдите матрицу $C = AB + 2D$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Задача №2. Найдите произведение матриц.

$$F = M \cdot N - ?$$

$$\text{А) } M = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 3 & -2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}, N = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$S = G \cdot H - ?$$

$$\text{Б) } G = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}, H = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задача №3. Вычислите определители матриц.

$$\text{А) } A = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 3 & -2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\text{Б) } B = \begin{pmatrix} 2 & 10 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{В) } C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 2 \\ -3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Задача №4. Составьте матрицу обратную к матрице W , если $W = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$.

Задача №5. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера.

$$\begin{cases} -x + y + 7z = 10, \\ y + z = 11, \\ x + y + z = 12. \end{cases}$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2

«ЭЛЕМЕНТЫ ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЫ И ЛИНЕЙНОЙ ГЕОМЕТРИИ НА ПЛОСКОСТИ»

Вариант №1.

Задача №1.

В пространстве заданы координаты четырех точек, образующих пирамиду и являющиеся ее вершинами: $A(1;2;1)$, $B(-1;5;1)$, $C(-1;2;7)$, $D(1;5;9)$.

а) Найдите координаты векторов \vec{AB} , \vec{AC} , \vec{AD} .

б) Запишите разложение векторов \vec{AB} , \vec{AC} , \vec{AD} , по ортам системы координат (\vec{i} , \vec{j} и \vec{k}).

в) Найдите модули векторов \vec{AB} , \vec{AC} , \vec{AD} .

г) Найдите угол между векторами \vec{AC} и \vec{AD} .

д) Найдите площадь грани ABC (учесть, что грань ABC образуют два вектора \vec{AB} и \vec{AC}).

е) Вычислите объем пирамиды ABD .

Задача №2.

Даны вершины треугольника ABC : $A(-2;4)$, $B(3;1)$, $C(10;7)$.

а) Составьте уравнение стороны AB .

б) Составьте уравнение медианы CM .

в) Составьте уравнение прямой проходящей через точку M и перпендикулярно стороне AB .

Задача №3.

Найдите точку пересечения двух линий, если уравнение первой линии имеет вид: $-x - y - 2 = 0$, а уравнение второй линии имеет вид: $3x - y + 2 = 0$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

«Функция. Предел и производная функции. Применение производной»

Вариант №1.

Задание №1.

Вычислите пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x + 1}{x^2 + 4x + 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{x^2 + 3x - 28}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 3x^2 - 1}{1 + 2x^3 - 3x}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x - 25}{1 - 7x^3 - 3x}$$

Задание №2.

Вычислите производные данных функций.

а) $y = 5x^4 - \cos x + 4 \ln x$

б) $y = \sqrt[3]{x^2} - \frac{5}{x^6} + 1$

в) $y = (4x^5 + 2)e^x$

Задание №3.

Найдите дифференциал функции: $y = \ln(3x^6 - 4 \cos x)$

Задание №4.

Найдите интервалы монотонности функции: $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x + 14$

3.3.2. Методические материалы.

Контрольные работы применяются для закрепления практических навыков по каждому изученному блоку и систематизации изученного материала. Контрольные работы проводятся на практическом занятии. На выполнение контрольной работы отводится 1 час. В зависимости от полноты выполнения, контрольная работа оценивается от 0 до 4-х баллов.

Все задания для проведения контрольной работы хранятся на кафедре у преподавателя.

3.4. Комплект вопросов к коллоквиумам.

3.4.1. Тематика и перечни вопросов.

Вопросы к коллоквиуму №1.

«Основы линейной алгебры»

- 1. Матрицы** (общее определение, элемент матрицы, размеры матрицы, записать примеры, главная диагональ матрицы, равные матрицы, квадратная матрица, единичная матрица, нулевая матрица, транспонированная матрица).
- 2. Действия над матрицами** (сложение матриц, вычитание матриц, умножение матрицы на число, умножение матриц, проверка умножения матриц).
- 3. Обратная матрица** (вырожденные и невырожденные матрицы, союзная матрица, теорема «об обратной матрице», формула для составления обратной матрицы).
- 4. Определители** (общее определение определителя, схема нахождения определителя первого порядка, схема нахождения определителя второго порядка, схема нахождения определителя третьего порядка, свойства определителя, минор, алгебраическое дополнение).
- 5. Системы линейных уравнений** (общее определение или пример, коэффициенты системы, свободные члены системы, неизвестные системы, основная матрица системы, вектор столбец неизвестных, вектор столбец свободных членов, матричная форма записи системы).
- 6. Совместность линейных систем уравнений** (совместная система уравнений, несовместная система уравнений, определенная и неопределенная система уравнений).
- 7. Решение систем линейных уравнений с тремя неизвестными методом Крамера** (формулы Крамера, единственное решение системы, бесконечное множество решений, отсутствие решения у системы).
- 8. Однородные системы уравнений** (общее определение, нулевое решение, теорема «о существовании не нулевых решений однородной системы»).

Вопросы к коллоквиуму №2.

«Основы векторной алгебры и аналитической геометрии»

- 1. Векторы** (общее определение, обозначения векторов, единичный вектор, орт, коллинеарные вектора, компланарные вектора, равные вектора).
- 2. Линейные операции над векторами** (сложение векторов, правило треугольника, правило параллелограмма, вычитание векторов, умножение вектора на число).
- 3. Координаты вектора** (запишите разложение вектора по ортам координатных осей, координаты вектора, формула для вычисления модуля вектора, координаты вектора по двум точкам, действия над векторами представленными в координатной форме: сложение, вычитание, умножение на число, условие коллинеарности векторов).
- 4. Скалярное произведение** (общее определение и обозначение, записать общую формулу и формулу через координаты векторов, формула для определения угла между векторами).

5. **Векторное произведение** (общее определение и обозначение, записать общую формулу и формулу через координаты, формула площади параллелограмма и треугольника).
6. **Смешанное произведение** (общее определение и обозначение, вычисление смешанного произведения, объем параллелепипеда и пирамиды).
7. **Система координат на плоскости** (прямоугольная система координат, расстояние между двумя точками, координаты середины отрезка, общее определение линии на плоскости, точки пересечения линий).
8. **Уравнение прямой с угловым коэффициентом** (записать уравнение, угловой коэффициент).
9. **Общее уравнение прямой** (записать уравнение, угловой коэффициент).
10. **Уравнение прямой проходящей через две точки и уравнение прямой проходящей через данную точку с заданным угловым коэффициентом** (Записать уравнение и объяснить смысл входящих в него коэффициентов).
11. **Условие параллельности и перпендикулярности прямых** (записать уравнения соответствующие указанным случаям и объяснить их смысл).

Вопросы к коллоквиуму №3.

«Функция»

1. **Функция** (Общее определение, основные понятия: область определения, область значений, четность функции, возрастание и убывание функции).
2. **Бесконечно большая и бесконечно малая функция** (общее определение, теоремы о бесконечно большой и малой функциях).
3. **Производная функции** (общее определение, основные правила дифференцирования для суммы, разности, умножения и деления).
4. **Физический и геометрический смысл производной.**
5. **Производная сложной функции** (формула для нахождения производной сложной функции).
6. **Определение возрастания и убывания функции с помощью производной** (теоремы о возрастании и убывании функции, точки максимума и минимума).
7. **Определение интервалов выпуклости и вогнутости графика функции с помощью производной** (Теоремы о выпуклости и вогнутости, точки перегиба).
8. **Асимптоты к графику функции** (вертикальные и наклонные асимптоты).

3.4.2. Методические материалы.

Коллоквиум применяется для закрепления пройденного теоретического материала. Коллоквиум проводится на практическом занятии в виде опроса каждого обучающегося по представленным перечням вопросов. На проведение опроса отводится 30 минут. Каждый обучающийся получает по три вопроса из перечня соответствующей темы. В зависимости от полноты ответа обучающийся получает от 0 до 4-х. Баллов. Обучающиеся получают список вопросов по завершению изучения соответствующего блока.

Списки вопросов хранятся на кафедре у преподавателя.

3.5. Комплект вопросов к экзамену.

3.5.1. Теоретические вопросы и примерные задачи для экзамена.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.

1. **Матрицы** (определение, размеры матрицы, равные матрицы, квадратная матрица, главная диагональ, единичная и нулевая матрица, транспонированная матрица).
2. **Действия над матрицами** (сложение матриц, вычитание матриц, умножение матрицы на число, умножение матриц, проверка умножения матриц).
3. **Обратная матрица** (вырожденные и невырожденные матрицы, союзная матрица, теорема «об обратной матрице», формула для составления обратной матрицы).

4. **Определители** (определение, схема нахождения определителя первого порядка, схема нахождения определителя второго порядка, схема нахождения определителя третьего порядка, свойства определителя, минор, алгебраическое дополнение).
5. **Системы линейных уравнений** (общее определение или пример, коэффициенты системы, свободные члены системы, неизвестные системы, основная и расширенная матрица системы, вектор столбец неизвестных, вектор столбец свободных членов, матричная форма записи системы).
6. **Совместность линейных систем уравнений** (совместная система уравнений, несовместная система уравнений, определенная и неопределенная система уравнений).
7. **Решение систем линейных уравнений с тремя неизвестными методом Крамера** (формулы Крамера, единственное решение системы, бесконечное множество решений, отсутствие решения у системы).
8. **Однородные системы уравнений** (определение, нулевое решение, теорема «о существовании не нулевых решений однородной системы»).
9. **Векторы** (определение, обозначения векторов, единичный вектор, орт, коллинеарные вектора, компланарные вектора, равные вектора).
10. **Линейные операции над векторами** (сложение векторов, правило треугольника, правило параллелограмма, вычитание векторов, умножение вектора на число).
11. **Координаты вектора** (запишите разложение вектора по ортам координатных осей, координаты вектора, формула для вычисления модуля вектора, координаты вектора по двум точкам, действия над векторами, представленными в координатной форме: сложение, вычитание, умножение на число, условие коллинеарности векторов).
12. **Скалярное произведение** (определение и обозначение, записать общую формулу и формулу через координаты векторов, формула для определения угла между векторами).
13. **Векторное произведение** (определение и обозначение, записать общую формулу и формулу через координаты, формула площади параллелограмма и треугольника).
14. **Смешанное произведение** (определение и обозначение, вычисление смешанного произведения, объем параллелепипеда и пирамиды).
15. **Система координат на плоскости** (прямоугольная система координат, расстояние между двумя точками, координаты середины отрезка, определение линии на плоскости, точки пересечения линий).
16. **Уравнение прямой на плоскости** (записать разные формы записи уравнения прямой: уравнение прямой с угловым коэффициентом, общее уравнение прямой, уравнение прямой проходящей через две точки, уравнение прямой с заданным угловым коэффициентом и проходящей через данную точку, объяснить назначение коэффициентов, входящих в уравнения, угловой коэффициент).
17. **Угол между прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности прямых** (Запишите формулу для определения угла между прямыми, объясните назначение коэффициентов, входящих в формулу, запишите условие, при котором две прямые перпендикулярны и параллельны).
18. **Функция** (определение, область определения функции, область значений функции, четность функции, возрастание и убывание функции).
19. **Предел функции** (определение по Гейне и Коши, бесконечно большая и бесконечно малая функция, теоремы о бесконечно больших и бесконечно малых функциях).
20. **Производная функции** (определение, вычисление производной, вычисление производной сложной функции, геометрический и физический смысл производной).
21. **Применение производной к исследованию функции** (возрастание и убывание функции (теорема – достаточное условие), экстремум функции, точки максимума и минимума функции, теоремы (достаточное и необходимое условие), выпуклость и вогнутость функции, точка перегиба).
22. **Неопределенный интеграл.** (Первообразная функции, определение неопределенного интеграла, свойства интеграла, таблица интегралов).

23. Определенный интеграл (Определение, свойства определенного интеграла, геометрический и физический смысл, формула Ньютона – Лейбница, вычисление площадей плоских фигур).

24. Комплексные числа (общее определение, модуль и аргумент комплексного числа, тригонометрическая и показательная форма записи)

25. Дифференциальные уравнения первого порядка (общие сведения и определение, общее и частное решение дифференциального уравнения, дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, однородные дифференциальные уравнения, линейные неоднородные дифференциальные уравнения)

26. Дифференциальные уравнения второго порядка (общее определение, общее и частное решение)

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.

(Примерный перечень задач)

1) Даны матрицы: $A = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу C , равную: $C = 3A - 2B$.

2) Вычислите определители матриц: а) $A = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$, б) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ -2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$.

3) Найдите матрицу обратную к матрице $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$.

4) Решите систему уравнений, используя формулы Крамера:
$$\begin{cases} -x + 2y + z = 5, \\ 2x - 3y + 3z = 1, \\ y - 5z = -9. \end{cases}$$

5) Даны два вектора: $\vec{a} = (-5; 0; 4)$ и $\vec{b} = (-8; 9; 0)$. Запишите разложение векторов по ортам системы координат. Найдите модули векторов. Найдите координаты вектора $\vec{c} = -\vec{a} + 3\vec{b}$.

6) Даны два вектора: $\vec{a}(-4; 0; 1)$ и $\vec{b}(4; 1; 0)$. Вычислите векторное произведение этих векторов.

7) На плоскости заданы две точки $A(-1; -3)$ и $C(0; -5)$. Составьте уравнение прямой проходящей через две эти точки. Чему равен угловой коэффициент этой прямой.

8) Постройте линию уравнение которой имеет вид: $(x + 4)^2 + (y + 2)^2 = 9$.

9) Вычислите пределы функций: а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-3x^2 + x}{8x + 3}$, б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x - 15}{x + 3}$, в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x + 3x^4 - x^2}{x^3 - 7x + x^4}$.

10) Найдите производную функций: а) $y = -ctgx + 6x^6 - 4\ln x$, б) $y = \frac{\sin x}{(x + 6x^4)}$, в)

$$y = (\sqrt{x} - 8\arcsin x)^6.$$

11) Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $y = 4x^2 + 64x - 77$ на отрезке $[-9; 1]$

12) Вычислите неопределенный интеграл: $\int \frac{3x^3 - 5\sqrt{x} + x}{\sqrt{x}} dx$.

13) Найдите площадь криволинейной трапеции, ограниченной сверху функцией $y = 5x^2 - 2x$, снизу $y = 0$, а по бокам прямыми $x = 0$ и $x = 5$.

14) Даны комплексные числа: $z_1 = 3 - 4i$, $z_2 = 1 + 2i$, $z_3 = 6 - i$. Вычислите: $z = (z_1 - 3z_2) \cdot z_3$.

15) Найдите общее решение дифференциального уравнения: $xydx + (x+1)dy = 0$

16) Найти частное решение дифференциального уравнения: $y'' - 10y' + 25y = 0$, удовлетворяющего начальным условиям $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.

3.5.2. Методические материалы.

Условия и порядок проведения экзамена даны в Приложении № 2 к Положению ПВД-07 «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся».

Бально-рейтинговая оценка знаний обучающихся составлена в соответствии с ПВД-07 «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся». Каждый экзаменационный билет формируется из одного теоретического вопроса и трех задач.

ПРИМЕР ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«ВЕРХНЕВОЛЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРОБИОТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «Верхневолжский ГАУ»)**

КАФЕДРА ТЕХНИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ И СЕРВИСА

Факультет: инженерно-экономический

Кафедра: технической механики и сервиса

Специальность (направление): 35.03.06 Агроинженерия

Дисциплина: математика

Форма обучения: очная **курс** 1 **семестр** 1

Экзаменационный билет №1

1. Матрицы.

2. На плоскости заданы две точки $A(-1;-3)$ и $C(0;-5)$. Составьте уравнение прямой проходящей через две эти точки. Чему равен угловой коэффициент этой прямой.

3. Даны два вектора: $\vec{a}(-5;0;4)$ и $\vec{b}(-8;9;0)$. Запишите разложение векторов по ортам системы координат. Найдите модули векторов. Найдите вектор $\vec{c} = -\vec{a} + 3\vec{b}$

4. Найдите производную функций:

а) $y = 6x^4 - 8\sqrt{x} + 3\arccos x$, б) $y = \frac{4\cos x + 5x^3}{9\ln x}$, в) $y = \cos(9\ln x - 5x^8)$.

ПРИМЕР ОТВЕТА НА ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

Вопрос 1.

Матрицей называется прямоугольная таблица, составленная из чисел, имеющая m строк и n столбцов. В зависимости от количества строк и столбцов каждой матрице в соответствие сопоставляют ее размер.

Например, матрица $A = \begin{pmatrix} -1 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ имеет размер 2×3 , так как содержит 2 строки и 3 столбца.

Числа, образующие матрицу, называются элементами матрицы. Каждый элемент матрицы имеет номер, соответствующий номеру строки и столбца выбранного элемента. Например, для матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, элемент a_{21} находится на пересечении второй строчки и первого столбца и имеет значение $a_{21} = 2$

Две матрицы называются равными только в том случае если равны соответствующие элементы этих матриц.

Например, две матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -1 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ будут равны т.к. равны все соответствующие элементы этих матриц.

Матрицы имеющие одинаковое количество строк и столбцов называются квадратными.

Например, матрица $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, является квадратной так как содержит две строки и два столбца.

Числа, идущие из верхнего левого угла в нижний правый, образуют главную диагональ матрицы.

Например, в матрице $B = \begin{pmatrix} -1 & 9 & 0 \\ 2 & 7 & 1 \\ 3 & 5 & 0 \end{pmatrix}$, главную диагональ образуют элементы $-1, 7$ и 0 .

Квадратную матрицу, у которой главную диагональ образуют единицы, при условии, что все остальные элементы равны нулю называют единичной. Такую матрицу обозначают с помощью символа - E Единичные матрицы в зависимости от количества строк или столбцов могут быть разных порядков. Порядок единичной матрицы равен количеству строк или столбцов (их число одинаково).

Например:

$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ - единичная матрица второго порядка (т.к. две строки, или два столбца)

$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ - единичная матрица третьего порядка (т.к. три строки, или три столбца)

Нулевая матрица – это квадратная матрица, все элементы которой равны нулю.

Обозначается с помощью символа O

Например:

$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Матрица полученная путем замены всех ее строк столбцами с соответствующими номерами, называется транспонированной. Обозначается с помощью дополнительного символа «т», над обозначением матрицы, т.е.

B - матрица

B^T - транспонированная матрица

Например:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix} - \text{матрица } A,$$

$$A^T = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} - \text{матрица } A^T.$$

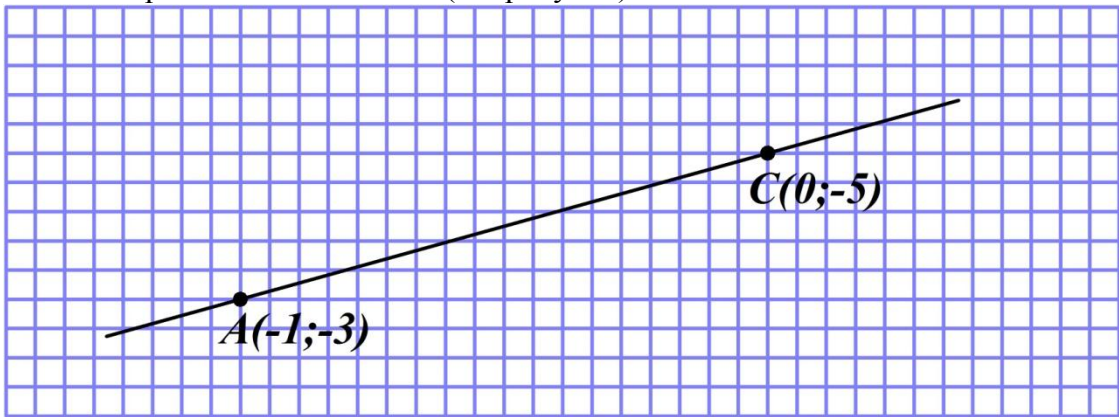
Вопрос 2.

ДАНО: $A(-1;-3)$ и $C(0;-5)$

НАЙТИ: уравнение прямой проходящей через две точки; найти угловой коэффициент прямой.

РЕШЕНИЕ:

Выполним схематический рисунок, с указанием двух точек на плоскости и прямой, проходящей через данные две точки (см. рисунок).



Для составления искомого уравнения применим уравнение прямой проходящей через две точки, которое имеет вид:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1},$$

где x_1 и y_1 - координаты точки А, x_2 и y_2 - координаты точки С.

Подставим данные в уравнение и преобразуем:

$$\frac{x - (-1)}{0 - (-1)} = \frac{y - (-3)}{-5 - (-3)},$$

$$\frac{x + 1}{1} = \frac{y + 3}{-5 + 3},$$

$$x + 1 = \frac{y + 3}{-2},$$

$$-2(x + 1) = y + 3.$$

Приведем уравнение к общему виду:

$$-2x + 2 = y + 3,$$

$$-2x + 2 + y + 3 = 0,$$

$-2x + y + 5 = 0$ - уравнение прямой АС, записанное в общем виде.

Для уравнения прямой, записанного в общем виде, угловой коэффициент определяется соотношением:

$$k = \frac{-A}{B},$$

где A, B, C – коэффициенты, определяемые из уравнения прямой, записанного в общем виде ($Ax + By + C = 0$).

Тогда $A = -2, B = 1$, и значит:

$$k = \frac{-(-2)}{1} = 2.$$

ОТВЕТ: $-2x + y + 5 = 0$ - уравнение прямой, $k = 2$.

Вопрос 3.

ДАНО: $\vec{a}(-5;0;4), \vec{b}(-8;9;0)$. Запишите разложение векторов по ортам системы координат.

НАЙТИ: модули векторов, найти координаты вектора $\vec{c} = -\vec{a} + 3\vec{b}$

РЕШЕНИЕ:

Разложение вектора по ортам системы координат имеет вид: $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$.

Тогда:

$$\vec{a} = -5\vec{i} + 4\vec{k},$$

$$\vec{b} = -8\vec{i} + 9\vec{j}.$$

Модуль векторов найдем с помощью формулы: $|\vec{a}| = a = \sqrt{(a_x)^2 + (a_y)^2 + (a_z)^2}$,

Тогда:

$$|\vec{a}| = a = \sqrt{(-5)^2 + (0)^2 + (4)^2} = \sqrt{41},$$

$$|\vec{b}| = b = \sqrt{(-8)^2 + (9)^2 + (0)^2} = \sqrt{145}$$

Исходные вектора заданы в координатной форме. Найдем вектор \vec{c} используя операции сложения, вычитания и умножения на число:

$$-\vec{a} = (5;0;4),$$

$$3\vec{b} = (-24;27;0),$$

$$\vec{c} = (-19;27;4).$$

ОТВЕТ: $\vec{a} = -5\vec{i} + 4\vec{k}, \vec{b} = -8\vec{i} + 9\vec{j}, |\vec{a}| = a = \sqrt{41}, |\vec{b}| = b = \sqrt{145}, \vec{c} = (-19;27;4)$.

Вопрос 4.

ДАНО: а) $y = 6x^4 - 8\sqrt{x} + 3\arccos x$, б) $y = \frac{4\cos x + 5x^3}{9\ln x}$, в) $y = \cos(9\ln x - 5x^8)$.

РЕШЕНИЕ:

$$\text{а) } y = 6x^4 - 8\sqrt{x} + 3\arccos x$$

Выражение содержит простые функции, а также операции сложения, вычитания и умножения на число. Применим правила дифференцирования и вычислим производную:

$$\begin{aligned} y &= 6x^4 - 8\sqrt{x} + 3\arccos x \\ y' &= (6x^4)' - (8\sqrt{x})' + (3\arccos x)' \\ y' &= 6(x^4)' - 8(\sqrt{x})' + 3(\arccos x)' \\ y' &= 6 \cdot 4x^3 - 8 \frac{1}{2\sqrt{x}} - 3 \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \\ y' &= 24x^3 - \frac{4}{\sqrt{x}} - \frac{3}{\sqrt{1+x^2}}. \end{aligned}$$

$$\text{б) } y = \frac{4\cos x + 5x^3}{9\ln x}$$

Выражение содержит операцию деления и операции сложения и умножения на число. Примени правила дифференцирования и вычисли производную:

$$y' = \frac{(4 \cos x + 5x^3)' \cdot (9 \ln x) - (4 \cos x + 5x^3) \cdot (9 \ln x)'}{(9 \ln x)^2}$$

$$y' = \frac{(-4 \sin x + 15x^2) \cdot (9 \ln x) - (4 \cos x + 5x^3) \cdot (9 \cdot \frac{1}{x})}{(9 \ln x)^2}$$

$$y' = \frac{(-4 \sin x + 15x^2) \cdot (9 \ln x) - (4 \cos x + 5x^3) \cdot (\frac{9}{x})}{(9 \ln x)^2}$$

в) $y = \cos(9 \ln x - 5x^8)$

Функция является сложной, относительно промежуточного аргумента: $9 \ln x - 5x^8$. Тогда:

$$y' = -\sin(9 \ln x - 5x^8) \cdot (9 \ln x - 5x^8)',$$

$$y' = -\sin(9 \ln x - 5x^8) \cdot (\frac{9}{x} - 40x^7)$$